

İstanbul Atatürk Fen Lisesi
Lokomotif Matematik Yarışması
A Bölümü

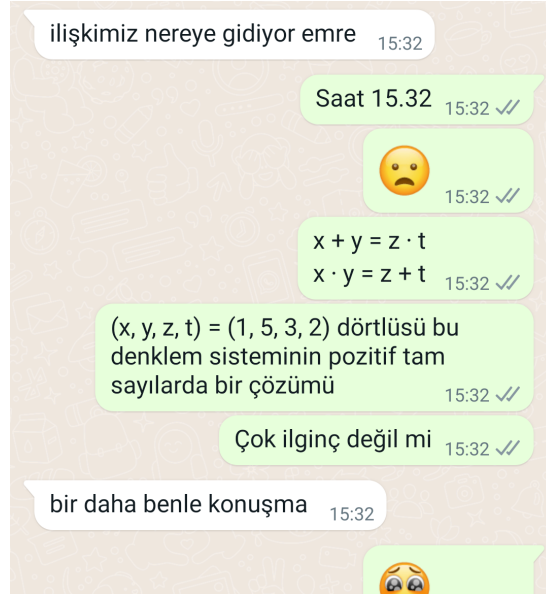
1 - 5 Ekim 2021

1. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarının üzerinde X_1, X_2 noktaları, $[AC]$ kenarının üzerinde Y_1, Y_2 noktaları ve $[AB]$ kenarının üzerinde Z_1, Z_2 noktaları alınıyor. $AB \parallel X_1Y_2$, $BC \parallel Y_1Z_2$, $CA \parallel Z_1X_2$ ve $X_1Y_2 \cap Y_1Z_2 \cap Z_1X_2 = P$ olduğu biliniyor. Buna göre,

$$\sqrt{\text{Alan}(ABC)} = \sqrt{\text{Alan}(X_1X_2P)} + \sqrt{\text{Alan}(Y_1Y_2P)} + \sqrt{\text{Alan}(Z_1Z_2P)}$$

eşitliğinin geçerli olduğunu gösteriniz.

2. Levent, evindeki tahtaya 2021^{2021} sayısının ondalık gösterimini yazıyor. Sonra da bu sayının herhangi bir rakamını silip bu rakamı geriye kalan sayı ile toplayarak tahtadaki sayıyı değiştiriyor. Levent bu işlemi tahtada 10 basamaklı bir sayı kalana dek tekrarladığına göre, tahtada kalan son sayının tüm rakamlarının birbirinden farklı olmadığını gösteriniz.
3. Emre ile Başar arasında 18 Eylül 2021 tarihinde gerçekleşen mesajlaşma aşağıdaki gibidir:



Emre'nin tanımladığı denklem sisteminin pozitif tam sayılar kümesindeki tüm çözümlerini belirleyiniz.

4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f doğrusal bir fonksiyon olmadığı hâlde $f \circ f$ doğrusal bir fonksiyon ise f fonksiyonuna *şaşırtıcı fonksiyon* adı verilir. Bu tanıma göre, şaşırtıcı fonksiyonların sonsuz çoklukta olduğunu ispatlayınız.